

Tema 1

CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE LA VALORACIÓN FINANCIERA

Esquema

- 1.1. Capital financiero
 - 1.2. Equivalencia financiera y orden financiero
 - 1.3. Leyes financieras
 - 1.3.1. Concepto
 - 1.3.2. Clasificación
 - 1.3.3. Montante y valor descontado
 - 1.3.4. Interés y descuento
 - 1.4. Suma financiera de capitales
 - 1.4.1. Vencimiento común
 - 1.4.2. Vencimiento medio
- Conceptos clave
- Ejercicios prácticos de autoevaluación
- Soluciones a los ejercicios prácticos de autoevaluación

Introducción

En este primer tema se explican los conceptos básicos de la matemática financiera y las principales herramientas que se utilizarán más adelante para valorar las operaciones financieras que se pueden plantear en la vida real.

Los objetivos que se pretenden conseguir a través del estudio de este tema son los siguientes:

- Entender el significado del tiempo en la valoración de las operaciones financieras y el principio de subestimación de las necesidades futuras.
- Comprender qué se entiende por capital financiero y conocer las reglas básicas para poder comparar capitales financieros.
- Razonar la función de la ley financiera como herramienta para trasladar capitales financieros y conocer las distintas clases de leyes.
- Distinguir las distintas variables que se obtienen al desplazar capitales financieros en el tiempo (montante, valor descontado, interés y descuento) y saber cómo obtenerlas.
- Conocer el procedimiento para sumar capitales financieros.

Aun siendo importantes todos estos objetivos hay que prestar especial atención al principio de subestimación de las necesidades futuras puesto que es la piedra angular de toda la matemática financiera, al concepto de ley financiera y a la metodología para sumar capitales financieros.

1.1. Capital financiero

Para poder entender claramente el concepto de capital financiero es necesario, en primer lugar, hacer referencia a una hipótesis de trabajo sobre la que se va a construir gran parte del entramado de esta disciplina.

Nos referimos a la llamada “*ley de subestimación de las necesidades futuras*”, según la cual cualquier sujeto económico racional prefiere, a igualdad de cantidad y calidad, los bienes disponibles en el momento presente a los que se pueden disponer en un momento futuro. En otras palabras, esta ley expresa la pérdida que experimenta el valor de un bien a medida que se aleja en el tiempo la posibilidad de ser utilizado o consumido. En definitiva, esta hipótesis supone que cualquier individuo que actúe racionalmente no está dispuesto a demorar la utilización o el consumo de un bien económico, a no ser que reciba por ello una compensación, que se puede medir casi siempre en términos monetarios.

Este principio constituye la base sobre la que vamos a definir el capital financiero, ya que implica que un bien económico hay que medirlo teniendo en cuenta el momento en que está disponible para su utilización o consumo.

Aunque son numerosas las definiciones de capital financiero, creemos que las de los profesores Gil Peláez¹ y Andrés de Pablo² son las que mejor resumen el espíritu de lo comentado anteriormente. Así, el primero define el capital financiero como “*la medida de un bien económico referida al momento de su disponibilidad o vencimiento*”. El segundo sostiene que se trata de “*la medida de cualquier activo real o financiero, expresado por su cuantía y por su vencimiento o momento de disponibilidad*”. De ambas definiciones se puede deducir que el capital financiero se reconoce a partir de dos parámetros: la cuantía (C) y la disponibilidad o vencimiento (t) de esa cuantía.

Desde un punto de vista matemático, el capital financiero se representa por un par ordenado de números reales (C, t), en el que C indica la cuantía del capital financiero y t el momento del tiempo en que el sujeto económico puede disponer de él. Teniendo en cuenta que cualquier activo real o monetario tiene una utilidad, la cuantía ha de ser siempre positiva ($C > 0$), o igual a cero si no proporciona utilidad alguna. La representación gráfica de un capital financiero se suele realizar a través de un eje temporal escribiendo simplemente la cuantía del capital en el momento del tiempo correspondiente (figura 1.1).

¹ Gil Peláez, L. (1993): *Matemática de las Operaciones Financieras*. Ed. AC. Madrid.

² De Pablo López, A (2005): *Matemática de las Operaciones Financieras I*. Ed. UNED. Madrid

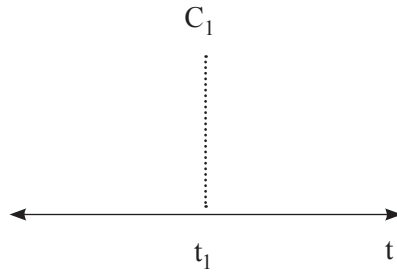


Figura 1.1

1.2. Equivalencia financiera y orden financiero

Para realizar transacciones con capitales financieros necesitamos disponer de alguna regla o criterio que nos permita su comparación. Se trata, en definitiva, de saber si los capitales financieros que se intercambian son financieramente equivalentes (equivalencia financiera) o si unos son preferibles a otros (orden financiero). En algunos casos la aplicación de la ley de subestimación de las necesidades futuras nos permite reconocer de forma inmediata si dos capitales (C_1, t_1) y (C_2, t_2) son o no financieramente equivalentes:

Tabla 1.1
Comparación entre capitales financieros

Caso	Relación entre los parámetros	Equivalencia financiera
1	$C_1 > C_2$ y $t_1 < t_2$	Cualquier sujeto económico racional prefiere el capital (C_1, t_1) al capital (C_2, t_2) , puesto que su cuantía es mayor y el vencimiento anterior.
2	$C_1 = C_2$ y $t_1 < t_2$	Cualquier sujeto económico racional prefiere el capital (C_1, t_1) al capital (C_2, t_2) , puesto que aunque las cuantías son iguales, el vencimiento del primero es anterior al del segundo.
3	$C_1 < C_2$ y $t_1 = t_2$	Cualquier sujeto económico racional prefiere el capital (C_2, t_2) al capital (C_1, t_1) , puesto que aunque los vencimientos son iguales, la cuantía del segundo es mayor que la del primero.

Existe, no obstante, otro caso en el que no es posible asegurar a priori cuál de los dos capitales es preferible o si ambos son financieramente equivalentes. Se trata del supuesto en el que la cuantía del primero es inferior a la del segundo ($C_1 < C_2$), pero su vencimiento es anterior ($t_1 < t_2$).

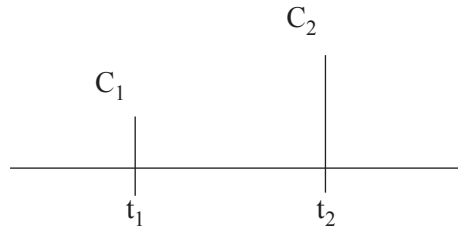
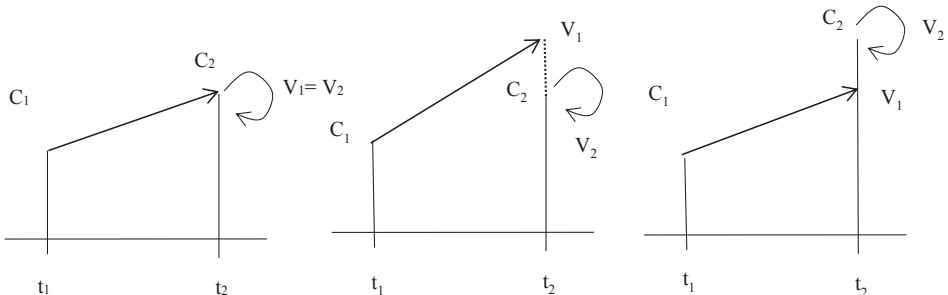


Figura 1.2

En este caso, la comparación requiere que previamente traslademos sus cuantías a un mismo momento del tiempo (que convendremos en que sea el último vencimiento, t_2 , o el primer vencimiento, t_1). Una vez obtenida la proyección en ese momento de ambos capitales estaremos en condiciones de establecer el orden o equivalencia financiera porque el vencimiento ha sido homogeneizado.

C_1, t_1 — Proyección en t_2 — $\rightarrow (V_1, t_2)$ \Rightarrow Tres resultados posibles \Rightarrow
 C_2, t_2 — Proyección en t_2 — $\rightarrow (V_2, t_2)$

- a) $V_1 = V_2$
- \Rightarrow b) $V_1 > V_2$
- c) $V_1 < V_2$



Supuesto a)
Figura 1.3

Supuesto b)
Figura 1.4

Supuesto c)
Figura 1.5

En el supuesto a) al ser iguales las proyecciones de los dos capitales ($V_1 = V_2$), podemos decir que ambos capitales son financieramente equivalentes: $(C_1, t_1) \sim (C_2, t_2)$ (figura 1.3). En el supuesto b) en el que se verifica que la proyección del primer capital es mayor que la del segundo ($V_1 > V_2$), se prefiere el capital (C_1, t_1) al capital (C_2, t_2) , es decir: $(C_1, t_1) > (C_2, t_2)$ (figura 1.4). Por último, en el supuesto c), al ser $V_1 < V_2$, se prefiere el capital (C_2, t_2) al capital (C_1, t_1) , es decir: $(C_2, t_2) > (C_1, t_1)$ (figura 1.5).

Así pues, podemos resumir los conceptos de equivalencia financiera y orden financiero de la siguiente forma:

- Dos o más capitales se pueden intercambiar (equivalencia financiera) si sus proyecciones en un momento determinado coinciden.
- Un capital financiero se prefiere a otro (orden financiero) si su proyección en un momento determinado es mayor.

1.3. Leyes financieras

1.3.1. Concepto

En el epígrafe anterior hemos acordado que para saber si dos capitales son financieramente equivalentes hay que obtener previamente las proyecciones de sus cuantías en un momento del tiempo. Pero ¿cómo se realiza esa proyección? ¿Cuál es el instrumento o criterio de sustitución que nos permite calcular la proyección de un capital cualquiera?

La ley financiera proporciona la respuesta a esos interrogantes. Se puede definir como la expresión matemática del criterio de sustitución que permite, dado un capital de cuantía C con vencimiento en un momento determinado, obtener su cuantía equivalente (V) en otro momento del tiempo. Es decir, con la ley financiera vamos a proyectar o sustituir un capital durante un período de tiempo (z).

Podemos decir, entonces, que la cuantía equivalente (V) se obtiene a partir de una función matemática que relaciona la cuantía del capital (C) y la duración del período de tiempo (z).

$$V = F(C, z) \text{ donde: } \left\{ \begin{array}{l} V = \text{Cuantía equivalente} \\ F = \text{Ley financiera} \\ C = \text{Cuantía del capital} \\ z = \text{Duración del intervalo} \end{array} \right\} \quad (1.1)$$

El esquema gráfico es el siguiente:

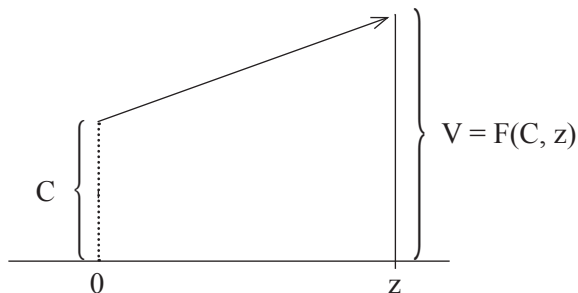


Figura 1.6

Para que una expresión matemática pueda ser utilizada como ley financiera es necesario que cumpla una serie de propiedades³:

1. Ha de ser positiva.
2. Ha de ser una función homogénea de grado uno respecto a la cuantía.
3. Ha de cumplir la propiedad reflexiva de la equivalencia de capitales.
4. Se debe verificar el principio de subestimación de los capitales futuros respecto a los actuales de igual cuantía.
5. Por último, tiene que ser una función continua.

La segunda propiedad nos permite operar con leyes financieras unitarias y obtener la proyección de un capital cualquiera simplemente multiplicando la cuantía⁴ (C) por la ley $F(z)$, es decir: $V = C \cdot F(z)$.

³ La correspondiente discusión de estas propiedades se puede ver en De Pablo López, A. (2005).

⁴ En el caso particular en que $C = 1$ u.m, la ley financiera se denomina unitaria y se escribe como $F(z)$.

Ejemplos

1. Calcular la proyección en el año 2026 de un capital (500, 2022) si la ley utilizada es $F(z) = 1 + 0,01 \cdot z^2$
2. Comprobar si los capitales (500, 2025) y (550, 2029) son financieramente equivalentes de acuerdo con la ley $F(z) = 1 + 0,03 \cdot z$

Solución:

1. La proyección de un capital en un momento determinado se obtiene multiplicando su cuantía por la ley correspondiente.

$$V = C \cdot F(z) \rightarrow V = 500 \cdot [1 + 0,1 \cdot (2026 - 2022)^2] = 580 \text{ u.m}$$

2. Para saber si dos capitales son equivalentes o si se prefiere uno a otro, hay que obtener las proyecciones en un momento determinado (que puede ser el vencimiento del último capital) de cada uno de ellos y luego comparar los resultados.

$$V_1 = C_1 \cdot F(z) \rightarrow V_1 = 500 \cdot [1 + 0,03 \cdot (2029 - 2025)] = 560 \text{ u.m}$$

$$V_2 = C_2 \cdot F(z) \rightarrow V_2 = 550 \cdot [1 + 0,03 \cdot (2029 - 2029)] = 550 \text{ u.m}$$

Dado que $V_1 > V_2$, se prefiere el capital (500, 2025) al capital (550, 2029), de acuerdo con la ley financiera dada.

1.3.2. Clasificación

Un primer criterio para clasificar las leyes financieras atiende al momento en el que se hace la proyección. Si está situado a la derecha del vencimiento del capital (figura 1.7), hablamos de **leyes de capitalización** y las anotamos como $L(z)$. Si, por el contrario, ese momento se sitúa a la izquierda (figura 1.8), estamos ante las **leyes de descuento**, y las denominamos como $A(z)$.

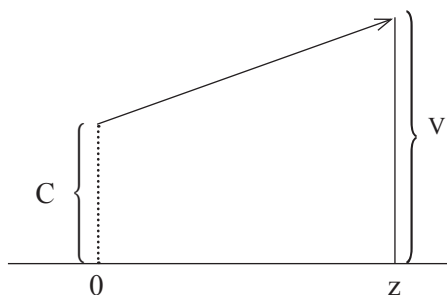


Figura 1.7

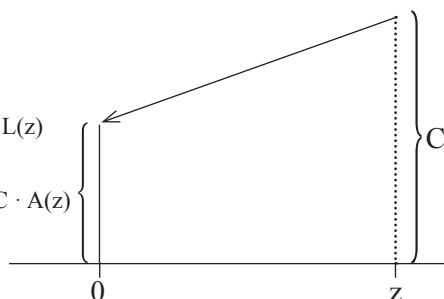


Figura 1.8

Otra clasificación es la que distingue entre leyes sumativas y multiplicativas. Las leyes **sumativas** (por ejemplo, la capitalización simple) son aquellas en las que los rendimientos generados en un subintervalo no se acumulan al capital inicial para generar nuevos rendimientos en el siguiente subintervalo. En las leyes **multiplicativas** (por ejemplo, la capitalización compuesta) sí se produce esa acumulación de rendimientos.

Por último, todas las leyes que estudiaremos son estacionarias. Es decir, se caracterizan porque sólo tienen en cuenta el tiempo que media entre el vencimiento del capital y el momento de comparación. A este intervalo se le denomina tiempo interno de la operación (z)⁵.

1.3.3. Montante y Valor Descontado

Hemos visto que las leyes financieras permiten obtener el capital equivalente a uno dado en otro momento del tiempo. Cuando se utiliza una ley de capitalización al capital equivalente se le denomina montante y se obtiene multiplicando la cuantía del capital por la ley de capitalización, tal como se puede ver en la figura 1.9.

$$M = C \cdot L(z) \quad (1.2)$$

Cuando se utiliza una ley de descuento, al capital equivalente se le denomina valor descontado, como muestra la figura 1.10.

$$V_0 = C \cdot A(z) \quad (1.3)$$

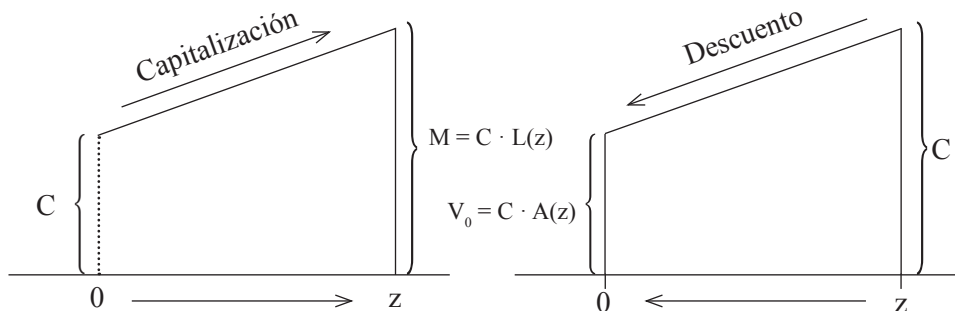


Figura 1.9

Figura 1.10

⁵ Con la misma ley financiera es lo mismo obtener el equivalente de un capital (1.000, 2025) en el año 2028 que el de otro capital (1.000, 2027) en el año 2030, ya que el tiempo interno en el primer caso (2028 - 2025 = 3 años) es el mismo que en el segundo caso (2030 - 2027 = 3 años).

Así pues, el montante (M) está relacionado con el empleo de leyes de capitalización y consiste en calcular el equivalente de un capital cuando se desplaza z periodos hacia la derecha en el tiempo. Por otro lado, el valor descontado (V_0) se relaciona con las leyes de descuento y se obtiene cuando un capital se desplaza z periodos hacia la izquierda en el tiempo.

Ejemplos

1. Calcular el montante de un capital (100,2026) al cabo de cinco años, si la ley que se utiliza es $L(z) = 1 + 0,15 \cdot z$.
2. Obtener en el año 2025 el valor descontado del capital (300, 2032) de acuerdo con la ley financiera $A(z) = 1 - 0,04 \cdot z$

Solución:

1. El montante es el resultado de aplicar la expresión 1.2

$$M = C \cdot L(z) \rightarrow M = 100 \cdot (1 + 0,15 \cdot 5) = 175 \text{ u.m.}$$

Es decir, la cuantía del capital equivalente en el año 2031 (2026 + 5) serán 175 u.m.

2. El valor descontado es el resultado de aplicar la expresión 1.3

$$V_0 = C \cdot A(z) \rightarrow V_0 = 300 \cdot [1 - 0,04 \cdot (2032 - 2025)] = 216 \text{ u.m.}$$

El capital (216, 2025) es equivalente al capital (300, 2032) si se utiliza la ley $A(z) = 1 - 0,04 \cdot z$

1.3.4. Interés y Descuento

El interés (I) es el aumento de valor que experimenta un capital al retrasar su disponibilidad en el tiempo. Dicho de otra forma, el interés es el incremento que experimenta un capital de cuantía C al capitalizarlo durante z periodos de tiempo, o lo que es lo mismo, la diferencia entre el montante y la cuantía (figura 1.11).

$$I = M - C \tag{1.4}$$

De la misma forma, el descuento (D) es la disminución que experimenta un capital al adelantar su disponibilidad en el tiempo, o la pérdida de valor que experimenta al ser descontado durante z periodos de tiempo. Matemáticamente, tenemos la siguiente expresión: $D = C - V_0$ (figura 1.12).

$$D = C - V_0 \tag{1.5}$$

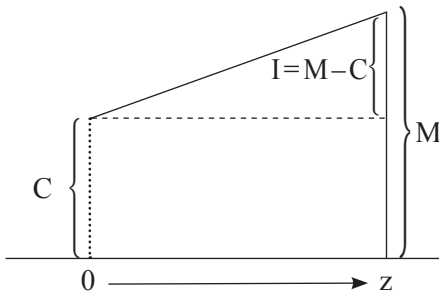


Figura 1.11

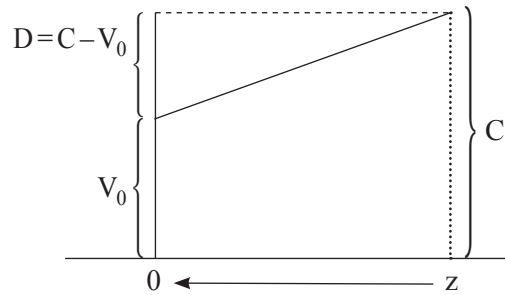


Figura 1.12

Ejemplos

1. Calcular los intereses generados en el ejemplo n° 1 del epígrafe anterior.
2. Obtener el descuento efectuado en el ejemplo n° 2 del epígrafe anterior.

Solución:

1. Aplicamos la expresión 1.4 para obtener los intereses.

$$I = M - C \rightarrow I = 175 - 100 = 75 \text{ u.m.}$$

A cambio de diferir la disponibilidad del capital (100,2026) hasta el año 2031 se exige un aumento de 75 u.m.

2. El descuento se obtiene a partir de la aplicación de la expresión 1.5

$$D = C - V_0 \rightarrow D = 300 - 216 = 84 \text{ u.m.}$$

Al adelantar la disponibilidad del capital (300,2032) al año 2025, se renuncia a una cantidad de 84 u.m.

1.4. Suma financiera de capitales

Dados n capitales $(C_1, t_1), (C_2, t_2), \dots, (C_n, t_n)$ y una ley financiera genérica $F(z)$, el capital suma (S, t) es igual a:

$$C_1 \cdot F(z_1) + C_2 \cdot F(z_2) + \dots + C_n \cdot F(z_n) = S \cdot F(z) \quad (1.6)$$

Es decir, la suma de las proyecciones de los capitales sumandos ha de ser igual a la proyección del capital suma⁶.

El tiempo interno correspondiente a cada capital (z_s) lo obtendremos en relación al vencimiento del último capital, si se opera con una ley de capitalización, o en relación al vencimiento del primer capital, si se opera con una ley de descuento.

En la ecuación 1.6 hay dos incógnitas: la cuantía del capital suma (S) y el tiempo interno (z). Podemos optar por calcular S una vez fijado un z arbitrario (es lo más habitual), o bien, al contrario, obtener el tiempo interno (z) para un capital suma dado.

Evidentemente, tendremos luego que obtener el vencimiento correspondiente (t) al tiempo interno obtenido.

- Capitalización: $z = t_n - t \rightarrow t = t_n - z$
- Descuento: $z = t - t_0 \rightarrow t = t_0 + z$

Llamamos vencimiento común a la fecha que se obtiene para una cuantía dada del capital suma. En la ecuación 1.6 conocemos las cuantías de los capitales a sumar (C_1, C_2, \dots, C_n), sus tiempos internos (z_1, z_2, \dots, z_n) y la cuantía del capital suma (S). A partir de esos datos, obtenemos el vencimiento del capital suma (t). El resultado es el *vencimiento común*.

El procedimiento para obtener el *vencimiento medio* es muy similar al utilizado para obtener el vencimiento común. En realidad, se puede tomar por un caso particular de éste puesto que se exige que la cuantía del capital suma sea igual a la suma aritmética de las cuantías de los capitales sumandos ($S = C_1 + C_2 + \dots + C_n$). A partir de esa restricción se obtiene el vencimiento del capital suma.

⁶ Un error muy frecuente consiste en trasladar todos los capitales sumandos, pero no hacerlo con el capital suma.

Ejemplos

1. **Dados los capitales (400, 2020) y (600, 2024) obtener la cuantía del capital suma en el año 2022 si se utiliza la ley financiera de capitalización $L(z) = 1 + 0,08 \cdot z$.**
2. **Tomando los datos del ejemplo anterior calcular el vencimiento medio.**

Solución:

1. Para obtener la cuantía del capital suma tenemos que plantear la ecuación de equivalencia financiera (expresión 1.6), tomando como referencia el vencimiento del último capital, dado que utilizamos una ley financiera de capitalización

$$C_1 \cdot L(z_1) + C_2 \cdot L(z_2) = S \cdot L(z)$$

$$400 \cdot (1 + 0,08 \cdot 4) + 600 \cdot (1 + 0,08 \cdot 0) = S \cdot (1 + 0,08 \cdot 2) \rightarrow S = 972,41 \text{ u.m.}$$

Se pueden sustituir los capitales (400, 2020) y (600, 2024) por el capital (972,41; 2022).

2. El vencimiento medio consiste en obtener el vencimiento del capital suma suponiendo que su cuantía es la suma aritmética de las cuantías de los capitales sumandos.

$$C_1 \cdot L(z_1) + C_2 \cdot L(z_2) = S \cdot L(z)$$

$$400 \cdot (1 + 0,08 \cdot 4) + 600 \cdot (1 + 0,08 \cdot 0) = (400 + 600) \cdot (1 + 0,08 \cdot z) \rightarrow z = 1,6$$

La solución del vencimiento medio será un capital de 1.000 euros que tendrá como vencimiento 1,6 años antes de la fecha establecida como referencia (el año 2024). Es decir, el año 2024 - 1,6 = 2022,4. Así pues, el capital buscado será (1.000; 2022,4)

Conceptos clave

Al finalizar el estudio de este tema, el alumno debe comprender perfectamente los siguientes conceptos y/o términos.

- Capital financiero (1.1)
- Ley de subestimación de las necesidades futuras (1.1)
- Equivalencia financiera (1.2)
- Orden financiero (1.2)
- Ley financiera (1.3.1)
- Leyes de capitalización (1.3.2)
- Leyes de descuento (1.3.2)
- Leyes estacionarias (1.3.2)
- Leyes sumativas (1.3.2)
- Leyes multiplicativas (1.3.2)
- Montante (1.3.3)
- Valor descontado (1.3.3)
- Interés (1.3.4)
- Descuento (1.3.4)
- Suma financiera (1.4)
- Vencimiento común (1.4.1)
- Vencimiento medio (1.4.2)

Ejercicios prácticos de autoevaluación

1. ¿Cuál es el capital equivalente en 2024 al capital (1.000, 2025), si la ley financiera utilizada es $A(z) = 1 - 0,05 \cdot z$?
2. Obtener el montante del capital (500, 2022) si se utiliza la ley financiera de capitalización $L(z) = 1 + 0,1 \cdot z$, en los siguientes casos:
 - a) Dentro de 3 años.
 - b) Dentro de 7 años.
 - c) Dentro de 20 años.
3. Calcular los intereses generados en los distintos apartados del ejercicio anterior.
4. Obtener en el momento actual el valor descontado de un capital de cuantía 600 euros si se utiliza la ley de descuento $A(z) = (1 - 0,05)^z$ y el vencimiento se sitúa dentro de:
 - a) 4 años.
 - b) 6 años.
 - c) 10 años.
5. Calcular los descuentos practicados en el ejercicio anterior.
6. Una empresa ha de hacer tres pagos a un proveedor de 1.000 euros cada uno, con vencimiento dentro de 3, 6 y 10 años, respectivamente. La empresa solicita liquidar esa deuda con un solo capital a entregar dentro de 4 años. Obtener la cuantía de ese capital equivalente teniendo en cuenta que la ley utilizada es: $A(z) = 1 - 0,06 \cdot z$
7. Si se sustituyesen los tres capitales anteriores por uno solo en el vencimiento medio, obtener la cuantía y el vencimiento.

Soluciones a los ejercicios prácticos de autoevaluación

1. La cuantía del capital equivalente en 2024 se obtiene igualando las proyecciones de ambos capitales en ese momento.

$$V_1 = 1.000 \cdot [1 - 0,05 \cdot (2025 - 2024)] = 950 \quad \rightarrow V_1 = V_2 \rightarrow X = 950 \text{ u.m.}$$

$$V_2 = X \cdot [1 - 0,05 \cdot (2024 - 2024)] = X$$

2. El montante se obtiene siempre multiplicando la cuantía del capital por la ley correspondiente.

$$a) M = C \cdot L(z) \rightarrow M = 500 \cdot (1 + 0,1 \cdot 3) = 650 \text{ u.m.}$$

$$b) M = C \cdot L(z) \rightarrow M = 500 \cdot (1 + 0,1 \cdot 7) = 850 \text{ u.m.}$$

$$c) M = C \cdot L(z) \rightarrow M = 500 \cdot (1 + 0,1 \cdot 20) = 1.500 \text{ u.m.}$$

3. Los intereses se obtienen restando del montante la cuantía del capital que se capitaliza.

$$a) I = M - C \rightarrow I = 650 - 500 = 150 \text{ u.m.}$$

$$b) I = M - C \rightarrow I = 850 - 500 = 350 \text{ u.m.}$$

$$c) I = M - C \rightarrow I = 1.500 - 500 = 1.000 \text{ u.m.}$$

4. El valor descontado se calcula multiplicando la cuantía del capital a descontar por la correspondiente ley de descuento.

$$a) V_0 = C \cdot A(z) \rightarrow V_0 = 600 \cdot (1 - 0,05)^4 = 488,70 \text{ euros}$$

$$b) V_0 = C \cdot A(z) \rightarrow V_0 = 600 \cdot (1 - 0,05)^6 = 441,05 \text{ euros}$$

$$c) V_0 = C \cdot A(z) \rightarrow V_0 = 600 \cdot (1 - 0,05)^{10} = 359,24 \text{ euros}$$

5. El Descuento es la diferencia entre la cuantía del capital a descontar y su valor descontado.

$$a) D = C - V_0 \rightarrow D = 600 - 488,7 = 111,3 \text{ euros}$$

$$b) D = C - V_0 \rightarrow D = 600 - 441,05 = 158,95 \text{ euros}$$

$$c) D = C - V_0 \rightarrow D = 600 - 359,24 = 240,76 \text{ euros}$$

6. Al utilizar una ley de descuento tomamos como referencia el vencimiento del primer capital (dentro de tres años).

$$1.000 \cdot (1 - 0,06 \cdot 0) + 1.000 \cdot (1 - 0,06 \cdot 3) + 1.000 \cdot (1 - 0,06 \cdot 7) = S \cdot (1 - 0,06 \cdot 1)$$

$$S = 2.553,195 \text{ euros}$$

Se pueden sustituir los tres pagos de 1.000 euros por uno único de 2.553,19 euros dentro de 4 años.

7. El vencimiento medio implica que la cuantía del capital suma es la suma aritmética de las cuantías de los capitales sumandos ($S = 1.000 + 1.000 + 1.000 = 3.000$).

$$1.000 \cdot (1 - 0,06 \cdot 0) + 1.000 \cdot (1 - 0,06 \cdot 3) + 1.000 \cdot (1 - 0,06 \cdot 7) \\ = 3.000 \cdot (1 - 0,06 \cdot z)$$

$$z = 3,33$$

Luego, el vencimiento del capital correspondiente al vencimiento medio será 3,33 años después de los tres años. Es decir, el momento $3 + 3,33 = 6,33$ años. Se sustituirán los tres pagos de 1.000 euros por uno único de 3.000 euros dentro de 6,33 años.