

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

La trayectoria histórica de la ciencia y de las diversas técnicas aplicadas muestra la existencia de dos aspectos en la investigación, que podríamos designar como *investigación pura* e *investigación aplicada*. Cualquier proceso de investigación consiste en un ciclo continuo en el que el científico, a partir de observaciones acumuladas, formula hipótesis que aceptará o rechazará en función de los resultados obtenidos de experimentos convenientemente planteados. En el caso de que tales experimentos confirmen las hipótesis planteadas, estará en el camino para formular modelos abstractos o teorías que permitan la predicción, que es una finalidad fundamental en todo trabajo científico.

Para tratar de establecer una caracterización, siempre difícil, de los dos tipos de investigación apuntados, podemos decir que la investigación pura no se suele preocupar de la utilidad posterior de los trabajos, mientras que la investigación aplicada tiene siempre a la vista la utilidad humana, social, económica... de sus posibles resultados. Dicho brevemente, a la investigación pura sólo le interesa conocer mejor las cosas, mientras que a la aplicada le compete cómo hacerlas mejor. Una consecuencia de este segundo tipo de investigación utilitaria es buscar su forma más satisfactoria desde los diversos puntos de vista posibles: eficiencia, rendimiento económico, uso más buscado...

La metodología que lleva de los problemas planteados por los descubrimientos científico-técnicos a resultados cuantitativos, que sirvan como base para decisiones económicas, técnicas, sociales, militares..., es la denominada Investigación Operativa (IO). En definitiva, es la aplicación de los métodos de los investigadores científicos a la mejora de la eficiencia, efectividad y resultados de las operaciones que se presentan en las complejas organizaciones industriales, administrativas, sanitarias, económicas...

La IO utiliza herramientas y resultados de muchas otras áreas científicas, pudiendo aplicarse racionalmente como ayuda a los decisores en la resolución de problemas y control de las operaciones de sistemas u organizaciones de manera eficiente. Aquí estudiaremos algunas de tales herramientas, que van dirigidas esencialmente a la optimización de la ejecución de sistemas, permitiendo identificar aquellos aspectos más relevantes y controlables para los decisores para así alcanzar, a través de un proceso de análisis, la ejecución más favorable del sistema real bajo estudio.

1.1 DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN OPERATIVA

Las ideas y metodologías de la IO se han ido plasmando a través de la historia de la ciencia, siendo su base fundamental la Matemática, la Economía y, especialmente, el Cálculo de Probabilidades y la Estadística. Desde un punto de vista matemático, los orígenes de la IO se encuentran en los trabajos sobre modelos lineales desarrollados por Jordan, Minkowski, Farkas... a finales del siglo XIX; en Probabilidades y Estadística las raíces se sitúan en las investigaciones sobre fenómenos de espera de Erlang, realizadas a partir de la década de los años veinte (siglo XX); y en Economía, se deben a Quesnay (siglo XVIII) y Walras (siglo XIX), quienes plantearon los primeros modelos sobre programación lineal, posteriormente refinados por otros autores, como von Neumann, Kantorovich y Dantzig. El número especial de la revista *Operations Research* (2002) es una interesante referencia con amplia información monográfica sobre la evolución histórica de la IO en los últimos 50 años y el libro de Keys (1995) resume en un conjunto de artículos ideas subyacentes a su proceso de desarrollo y comprensión.

El término IO comenzó a utilizarse como disciplina científica durante la Segunda Guerra Mundial, cuando en las tres alas del ejército británico primero y norteamericano después, se formaron grupos de trabajo interdisciplinarios dirigidos por científicos de excelencia (incluso varios premios Nobel) con la intención de resolver importantes problemas tácticos y estratégicos, como el despliegue de radares, la navegación en zig-zag, el tamaño de convoyes fletados..., McArthur (1990), Christopherson y Baughan (1995) y Bonder (2002).

Las contribuciones sobre cómo conducir de la forma más adecuada las operaciones militares tuvieron un notable éxito y al concluir la guerra, muchos de estos científicos pasaron a las áreas industriales, financieras, administrativas, universitarias... y continuaron aplicando y extendiendo los modelos que habían propuesto hasta alcanzar un notable desarrollo fuera ya del ámbito

militar. Dos fueron las motivaciones fundamentales y motores de desarrollo: La primera fue la creciente competitividad industrial, especialmente a partir de la finalización de la guerra, y la segunda, el impresionante avance de la Informática, que permitió la modelización y simulación de sistemas reales cada vez más complejos.

Como la IO abarca un área muy amplia y por ello resulta difícil dar una definición precisa de su significado, tratamos de proponer una con la idea de facilitar al lector sus objetivos y pretensiones. Así, podríamos definir la IO como la utilización de métodos cuantitativos para ayudar a analistas y decisores en el diseño, análisis y mejora de la ejecución u operación de sistemas (o problemas) reales dentro de cualquiera de las áreas financiera, científica, industrial..., siendo todos ellos examinados dentro del marco sistemático del método científico.

1.2 PRINCIPIOS SOBRE MODELIZACIÓN

Un aspecto fundamental en la práctica de la IO es el proceso de construcción de un modelo matemático del problema o sistema real bajo estudio, que es necesario ya que el análisis se lleva a cabo sobre el modelo y no sobre la realidad misma.

Definiremos un *modelo* como una abstracción o representación simplificada de una parte o segmento de la realidad en el que estamos interesados. Su utilización está motivada porque la realidad es difícil de copiar de una manera exacta debido a su complejidad y porque una buena parte de esa complejidad es irrelevante para el problema específico objeto de estudio. La representación y simplificación son difíciles de conjugar en la construcción práctica de un modelo y por ello, se debe buscar un cierto grado de equilibrio entre ambos matices. Así, se evita que un modelo pueda ser tan simple que no represente aspectos relevantes del problema, ni tan complejo que no pueda ser implementado en un ordenador y no se pueda analizar o resolver, ni tampoco sea capaz de destacar las relaciones básicas del sistema. Los modelos considerados aquí son modelos matemáticos, ya que están conformados por bloques que son estructuras matemáticas, tales como ecuaciones e inecuaciones, matrices, funciones... con las que se trata de reflejar y describir los rasgos y aspectos más sobresalientes.

El proceso de modelización, que comienza una vez que se han formulado, identificado y fijado los límites del problema, continúa con la construcción de su modelo. Dependiendo del grado de abstracción, son diferentes las clases de modelos que se pueden considerar, distinguiendo así modelos a escala, lógicos

y matemáticos. Son estos últimos modelos cuantitativos, que tienen como soporte los métodos matemáticos y estadísticos, los que utiliza la IO.

Las razones a favor de su utilización son varias: permiten el análisis de un número grande de alternativas (a veces un número infinito); el coste del análisis basado en el modelo puede ser mucho menor que el coste de experimentación con el sistema real; es posible hacer una simulación en un tiempo que puede ser breve, mientras que un análisis con el sistema real podría durar mucho más tiempo; la consideración de cambios en el modelo (por ejemplo, añadir nuevas variables o prescindir de otras ya consideradas) son más fáciles de llevar a cabo; a veces el sistema ni siquiera existe (por ejemplo, cuando se está diseñando un nuevo edificio); facilitan la conducción del problema de manera global, permitiendo el estudio de las interrelaciones de forma simultánea; existe la posibilidad de experimentar de manera reiterada, lo que puede ser muy difícil o imposible con el sistema real por motivos físicos, económicos, de tiempo, morales o éticos;...

Esta fase de construcción del modelo, denominada también de diseño, que es una combinación de ciencia y arte (se habla del “arte de la modelización”), comprende los siguientes apartados:

1. Determinación de las *componentes* del modelo (variables de decisión o de control, parámetros...).
2. Determinación de la *estructura* (expresiones matemáticas que relacionan las variables).
3. Determinación de un *principio de elección* (optimización, suboptimización, satisfacción...).
4. Generación de *alternativas, decisiones o cursos de acción* entre los que pueda elegir el decisor.
5. Elección de un *escenario*, es decir, una descripción o establecimiento de suposiciones bajo las que se examinan las situaciones de decisión.

Una vez formulado el modelo matemático, se lleva a cabo la *búsqueda de la solución*. Una solución será un conjunto de valores específicos para las variables de decisión que van a permitir identificar cuál es la alternativa seleccionada para ser recomendada como solución del problema. En esta fase se aplica algún algoritmo o método de resolución del problema con el apoyo de su implementación en ordenador, conduciendo así a los llamados *Sistemas de Ayuda a la Decisión*, Ríos Insua *et al.* (2002).

Otra fase importante es la *validación* del modelo, que nos ayudará a decidir si aceptarlo para su posterior utilización, o rechazarlo y reiniciar el proceso de modelización. Esta validez se obtiene del estudio de la concordancia, a precisar, entre los datos observados en el sistema real y los generados por el modelo, es decir, a partir de la bondad de la representación del comportamiento proporcionada por el modelo respecto del comportamiento del sistema real.

Finalmente, está la fase de *implantación* o puesta en práctica de la solución obtenida, etapa crítica, ya que es en ella en la que se van a obtener los posibles beneficios del estudio. Una definición de implantación es difícil, ya que incluye a veces un proceso largo y complicado cuyas fronteras son imprecisas. El diagrama de flujo de la Figura 1.1 muestra un resumen del proceso de modelización y solución explicado.

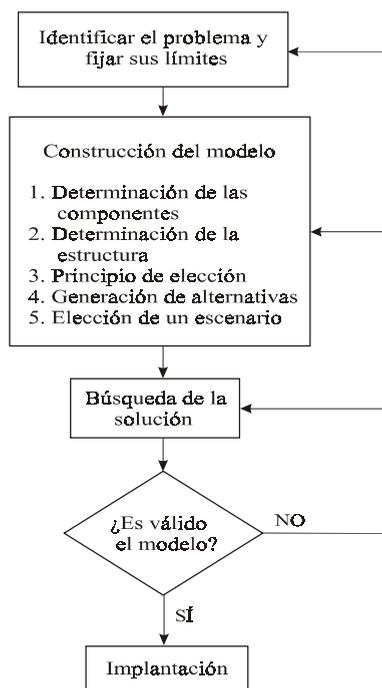


Figura 1.1: Diagrama de flujo del proceso de modelización y solución

En definitiva, se tratará de construir buenos modelos, que serán aquéllos que reflejen el problema de la forma más realista posible, facilitando su entendimiento y una ayuda para predecir su comportamiento. En el libro se desarrollan y discuten algunos ejemplos de construcción de modelos tratando de exponer la filosofía de la modelización y complementada con la exposición y utilización de métodos matemáticos de solución.

1.3 COMPLEJIDAD DE LOS ALGORITMOS

Como parte fundamental de la resolución de un modelo cuantitativo está la utilización de un algoritmo, que es una secuencia de operaciones que se pueden llevar a cabo en un tiempo finito y que determina un proceso que puede ser repetitivo en algún sentido, pero que eventualmente finaliza. Son numerosos los ejemplos de algoritmos, pero fue el matemático Alan Turing quien en 1930 formalizó este concepto con el desarrollo de un modelo computacional general de representación de procedimientos de cálculo simbólico y numérico.

Un aspecto importante en el desarrollo de algoritmos es la *complejidad*, tema que se ha estudiado con gran intensidad en las últimas décadas alcanzándose notables resultados en relación con la ejecución de algoritmos. Usualmente, la ejecución de un algoritmo se suele describir como una función de una variable denominada “tamaño del problema” y que indica el tamaño del conjunto de datos de entrada en el algoritmo.

Destaquemos que, en los primeros años del desarrollo de la Algoritmia, se entendía poco sobre las propiedades formales de los algoritmos y su complejidad inherente a los problemas. Sin embargo, ya en la década de los años setenta comenzaron importantes desarrollos que supusieron un avance notable en este aspecto. En particular, se definieron dos clases importantes de algoritmos: la *clase P*, formada por los *algoritmos en tiempo polinomial*, que consistía en aquellos algoritmos con un tiempo de computación proporcional a alguna función polinomial del tamaño del problema, y la *clase NP*, formada por los *algoritmos en tiempo exponencial*, constituida por aquéllos con un requerimiento de tiempo de computación proporcional a una función exponencial (o mayor) del tamaño del problema.

Dentro de la clase *NP* conviene resaltar la llamada clase *NP-completa*, formada por los algoritmos de la clase *NP* correspondientes a los problemas más difíciles de resolver y que a veces reciben el nombre de algoritmos computacionalmente intratables. Observemos que $P \subseteq NP$ y que la mayoría de los métodos de solución que se presentan aquí son algoritmos de la clase *P*.

Otro aspecto que conviene resaltar en la caracterización de un algoritmo y que es de gran valor práctico, es el llamado número máximo de pasos que puede resultar necesario para su ejecución. Para indicar tal propiedad o característica se introduce la notación $O(g(n))$, en la que n denota el tamaño del problema y $g(n)$ es alguna función del tamaño. El significado de $O(g(n))$ es que existen constantes c y n' tales que para todo valor $n > n'$ el tiempo de ejecución del algoritmo es menor o igual que $c \times g(n)$. La constante de proporcionalidad c recoge los distintos factores extraños que pueden influir en el tiempo de ejecución del algoritmo, tales como el hardware, tiempo de carga... y $g(n)$,

es el recuento de pasos del algoritmo para la peor situación posible. El valor umbral n' representa un tamaño pequeño del problema para una ejecución del algoritmo que no muestra mal comportamiento. De acuerdo con lo anterior, si decimos que un algoritmo es $O(g(n))$, es decir, de orden $g(n)$, significa que para problemas de tamaños suficientemente grandes el tiempo de ejecución será a lo sumo proporcional a $g(n)$.

También hay algoritmos cuya ejecución es independiente del tamaño del problema de manera que no dependerán de ninguna función de n . En esta situación se utiliza a veces la notación $O(1)$, indicando con ello que $g(n)$ es precisamente la constante 1.

En todo caso, señalemos finalmente la enorme diferencia que existe entre los tiempos de ejecución polinomiales y exponenciales, pues mientras que un algoritmo en tiempo exponencial puede tener un requerimiento en tiempo enorme, para uno polinomial puede ser mucho menor.

1.4 OPTIMIZACIÓN E INCERTIDUMBRE

Como ya se ha descrito, la esencia de la IO descansa en la construcción de modelos de sistemas reales y el análisis de los sistemas a través de aquéllos. Al utilizarse datos de variables cuantitativas y cualitativas en una inmensa mayoría de casos para las que se asignan escalas de medida adecuadas, los modelos matemáticos serán el sustrato de la representación conceptual y simplificada del sistema bajo estudio.

Los dos aspectos sobresalientes en IO son la *optimización* y la *incertidumbre*. El enfoque de optimización se refiere a la determinación de una alternativa de decisión con la propiedad de ser mejor que cualquier otra en algún sentido a precisar. Un planteamiento más reciente y menos exigente que permite alcanzar conclusiones realmente prácticas en problemas complejos, es el enfoque satisfaciente (“satisficing”), Simon (1957), en el que se buscan alternativas que alcancen un cierto nivel de aspiración o meta. Por otra parte, el segundo aspecto citado y presente en muchas situaciones de decisión reales es la incertidumbre de las posibles consecuencias que se pudieran presentar al tomar una cierta alternativa. Aquí, la cuantificaremos y describiremos mediante distribuciones de probabilidad y permitirá conocer y predecir los niveles correspondientes a cada alternativa de decisión, no con seguridad pero sí con una cierta probabilidad.

Como consecuencia, se tienen dos categorías de modelos en IO: I) *Modelos bajo certidumbre*, que comprende la programación lineal, entera, no lineal, dinámica y el análisis determinista de decisiones (con algunos modelos plantea-

dos desde el punto de vista de los métodos satisficentes); y II) *Modelos bajo incertidumbre*, que abarca el análisis estocástico de decisiones, programación estocástica, fenómenos de espera y simulación, entre otros.

Este libro se dedica al estudio de modelos básicos de las dos categorías antes mencionadas, dando lugar a las dos partes en que se divide, con énfasis en la programación lineal y modelos que surgen de ella, dentro de los modelos bajo certidumbre, y en los procesos estocásticos y teoría de colas, dentro de los modelos bajo incertidumbre.

1.5 DISCUSIÓN

En este capítulo hemos introducido algunas ideas sobre las características y objetivos de la IO, que esencialmente se apoya en métodos cuantitativos para llevar a cabo el análisis, optimización y decisión en sistemas reales. Sus ideas y métodos comenzaron a consolidarse como herramientas útiles a partir de la Segunda Guerra Mundial, siendo en la actualidad una ayuda importante en el estudio y resolución de problemas en múltiples áreas.

Ya en la década de los años cincuenta, el interés por esta materia comenzó una escalada importante, tanto a nivel teórico como aplicado, y prueba de ello fue la creación de diversas sociedades profesionales cuyo objetivo era fomentar el desarrollo e intercambio de nuevas ideas en la IO. La primera sociedad fue creada en Gran Bretaña y recibió el nombre de Operational Research Society. Poco tiempo después surgieron en EEUU dos sociedades, ORSA (Operations Research Society of America) y TIMS (The Institute of Management Science), que funcionaron separadas aunque, por la similitud que había, se fundieron en la década de los noventa constituyéndose la sociedad INFORMS (Institute for Operations Research and the Management Sciences), en cuya dirección de Internet <http://www/informs.org> se puede acceder a gran cantidad de información sobre actividades y publicaciones de interés. Con el paso del tiempo se fueron creando otras sociedades nacionales en diversos países y, en particular, en 1962 se formó en España la SEIO (Sociedad Española de Investigación Operativa) y en 1976 se amplió incluyendo el campo de la Estadística y pasándose a denominar años más tarde Sociedad de Estadística e Investigación Operativa, que ha supuesto un motor de desarrollo a nivel nacional muy importante en este área. Su página Web <http://www.seio.es> contiene información relevante y útil dentro de este campo. La mayoría de estas sociedades pertenecen y se relacionan a través de IFORS (International Federation of Operational Research Societies) y han motivado la creación de grupos de trabajo con intereses científicos más específicos y especializados y que han promocionado a

nivel de enseñanza y profesional áreas como la optimización, la simulación, el análisis de decisiones y la inteligencia artificial, entre otras. Esto ha llevado también a que matemáticos, estadísticos, informáticos... hayan mostrado interés por complementarse en sus investigaciones, dando lugar a que el área de la IO sea en la actualidad muy amplia y diversa.

La enseñanza de la IO forma parte de muchos campos en los que se demandan métodos cuantitativos de resolución, pero quizás un aspecto destacable es que la IO conlleva decisiones. La toma de decisiones es un proceso omnipresente en el ser humano basado frecuentemente en la intuición, que puede ser útil en decisiones personales, pero que requiere mucho más que la intuición en situaciones que afectan a muchas personas, como las decisiones de gobierno, institucionales, comerciales... Por ello, debe haber una tendencia hacia el desarrollo de metodologías más potentes y sistemáticas que proporcionen modelos cuantitativos que permitan un análisis con métodos y algoritmos de fácil comprensión para que inspiren confianza y sean fáciles de justificar ante las personas a las que afecten las posibles decisiones, Ríos Insua *et al.* (2002).

Finalmente, otro aspecto importante es la existencia de software, que tanto en el contexto académico como en el comercial es extenso. A nivel académico podríamos citar el WinQSB (Chang, 2003), que permite la resolución de una amplia serie de modelos de IO, pero a nivel elemental en cuanto a tamaño y dificultad. En el área comercial existe también una amplia gama de software, aunque más específico de las diversas áreas de la IO, y que iremos indicando a lo largo del libro. Queremos también citar, ya que está disponible en Internet en la dirección <http://OpsResearch.com/OR-Objects/>, una librería con más de 500 objetos, como clases de Java, que pueden utilizarse para desarrollar aplicaciones de la IO, al incluir estructuras de datos y algoritmos para cálculos con matrices y diversos problemas de programación matemática.